

Einführung in die moderne Teilchenphysik

Dr. Stefan Schael
Max-Planck Institut für Physik
Werner Heisenberg Institut
Föhringer Ring 6
D-80805 München

1. Das Standardmodell der Teilchenphysik
2. Teilchenbeschleuniger & Teilchendetektoren
3. Erhaltungssätze und Symmetrien
4. Die elektroschwache Wechselwirkung I & Neutrinos
5. Neutrinos & Die elektroschwache Wechselwirkung II
6. Die elektroschwache Wechselwirkung III
7. B-Physik I & die Entdeckung des Top Quark
8. B-Physik II & CP Verletzung
9. Das ATLAS Experiment
10. Grenzen des Standardmodells

Literatur:

- H. Hilscher, “Elementare Teilchenphysik”, Vieweg,
- E. Lohrmann, “Hochenergiephysik”, Teubner,
- O. Nachtmann, “Elementarteilchenphysik”, Vieweg.

ftp:

[afmp02.mppmu.mpg.de:/pub/stefan/augsburg_ss98/](ftp://afmp02.mppmu.mpg.de:/pub/stefan/augsburg_ss98/)

Raumspiegelungen

Paritäts-Transformation:

$$\vec{x}_i \rightarrow \vec{x}'_i = -\vec{x}_i$$

Für den Paritätsoperator $\hat{P}$ gilt:

$$\hat{P}\Psi(\vec{x}, t) \equiv P_a \Psi(-\vec{x}, t)$$

$$\begin{aligned} \hat{P}^2 \Psi(\vec{x}, t) &= \Psi(\vec{x}, t) \\ \Rightarrow P_a &= \pm 1 \end{aligned}$$

Für eine Wellenfunktion

$$\Psi_{\vec{p}} = \exp[i(\vec{p} \cdot \vec{x} - Et)]$$

gilt

$$\hat{P}\Psi_{\vec{p}}(\vec{x}, t) = P_a \Psi_{\vec{p}}(-\vec{x}, t) = P_a \Psi_{-\vec{p}}(\vec{x}, t)$$

Damit ist ein Teilchen in Ruhe, d.h. $\vec{p} = 0$ ein Eigenzustand zum Paritätsoperator $\hat{P}$ mit dem Eigenwert P_a . Dies wird die **Eigenparität** des Teilchens genannt.

Für Quarks und Leptonen ist die Eigenparität per Definition wie folgt festgelegt:

$$P_{e-} = P_{\mu-} = P_{\tau-} \equiv +1$$

$$P_{e+} = P_{\mu+} = P_{\tau+} \equiv -1$$

$$P_u = P_d = P_s = P_c = P_b = P_t = +1$$

$$P_{\bar{u}} = P_{\bar{d}} = P_{\bar{s}} = P_{\bar{c}} = P_{\bar{b}} = P_{\bar{t}} = -1$$

Für ein System aus mehreren Teilchen gilt:

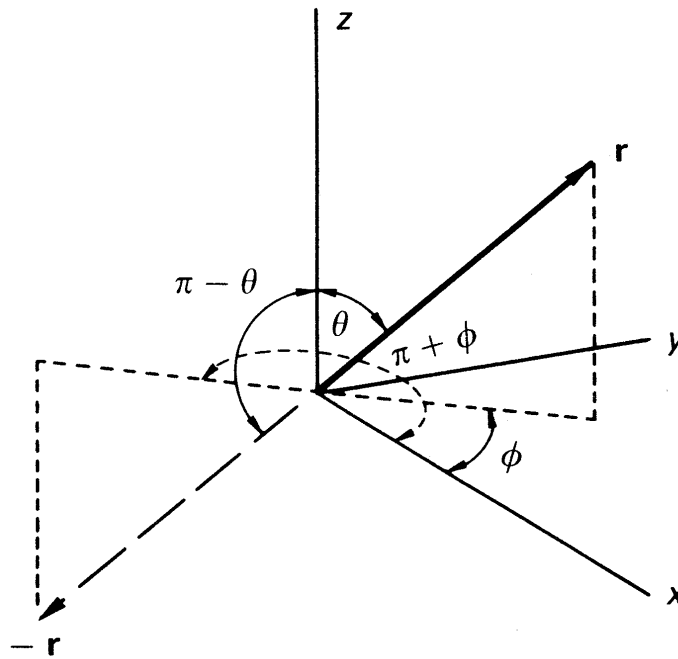
$$\hat{P}\Psi(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, t) \equiv P_1 P_2 \dots \Psi(-\vec{x}_1, -\vec{x}_2, \dots, t)$$

Die Parität des Systems hängt zudem vom relativen Drehimpuls der Teilchen ab. Die Wellenfunktion sei gegeben durch:

$$\Psi_{nlm} = R_{nl}(r) Y_l^m(\Theta, \Phi)$$

In Kugel-Koordinaten gilt:

$$x = r \sin \Theta \cos \Phi, \quad y = r \sin \Theta \sin \Phi, \quad z = r \cos \Theta$$



damit gilt für eine Raumspiegelung:

$$r \rightarrow r' = r, \quad \Theta \rightarrow \Theta' = \pi - \Theta, \quad \Phi \rightarrow \Phi' = \pi + \Phi$$

Man kann zeigen das für die Kugel-Funktionen gilt:

$$Y_l^m(\Theta, \Phi) \rightarrow Y_l^m(\pi - \Theta, \pi + \Phi) = (-1)^l Y_l^m(\Theta, \Phi)$$

Mesonen sind gebundene Zustände aus 2 Quarks, $M = a\bar{b}$.
Für diese gilt:

$$P_M = P_a P_b (-1)^L = (-1)^{L+1}$$

Damit ergibt sich für die Eigenparität der Grundzustände, d.h. $L = 0$:

$$P_{\pi^-} = P_{K^-} = P_{D^-} = P_{B^-} = -1$$

Das K^0 Meson

$$K^0(498) = d\bar{s} \quad \text{und} \quad \bar{K}^0(498) = s\bar{d}$$

Eigenparität:

$$\hat{P}|K^0\rangle = -|K^0\rangle \quad \text{und} \quad \hat{P}|\bar{K}^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle$$

Ladungskonjugation:

$$\hat{C}|K^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle \quad \text{und} \quad \hat{C}|\bar{K}^0\rangle = -|K^0\rangle$$

Die Wahl des Eigenwertes -1 für $\hat{C}$ ist in diesem Fall willkürlich.

$$\begin{aligned} \hat{C}\hat{P}|K^0\rangle &= |\bar{K}^0\rangle \\ \hat{C}\hat{P}|\bar{K}^0\rangle &= |K^0\rangle \end{aligned}$$

d.h. weder K^0 noch $\bar{K}^0$ sind CP-Eigenzustände.

Man kann leicht zeigen das dies aber für die Linearkombinationen

$$K_1^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}[|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle]$$

$$K_2^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}[|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle]$$

gilt:

$$\hat{C}\hat{P}|K_1^0\rangle = +|K_1^0\rangle$$

$$\hat{C}\hat{P}|K_2^0\rangle = -|K_2^0\rangle$$

d.h. K_1^0 und K_2^0 haben eine definierte CP-Parität.

Experimentell beobachtet man 2 neutrale K-Meson Zustände, die man wegen ihrer Lebensdauern

$$K_S^0 : \tau = 0.89 \cdot 10^{-10} \text{ s}$$

$$K_L^0 : \tau = 0.52 \cdot 10^{-7} \text{ s}$$

nannte. Es wurden folgende Zerfälle beobachtet:

$$K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-, \pi^0\pi^0$$

$$K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0, \pi^0\pi^0\pi^0$$

Für die CP-Parität der Endzustände gilt ($P_\pi = -1$):

- $\pi^0\pi^0$: $P_\pi^2 = +1$
- $\pi^0\pi^0\pi^0$: $P_\pi^3 = -1$

Daraus ergibt sich:

$$K_1^0 \equiv K_S^0 \quad \text{und} \quad K_2^0 \equiv K_L^0$$

Im Jahre 1964 entdeckten Christenson, Cronin, Fitch und Turlay den Zerfall:

$$BR(K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-) = 2.0 \times 10^{-3}$$

Dies war der erste experimentelle Nachweis, daß die schwache Wechselwirkung CP-Verletzend ist.

Modell:

$$|K_S^0\rangle = \frac{1}{(1 + |\epsilon|^2)^{1/2}} [|K_1^0\rangle - \epsilon |K_2^0\rangle]$$

$$|K_L^0\rangle = \frac{1}{(1 + |\epsilon|^2)^{1/2}} [\epsilon |K_1^0\rangle + |K_2^0\rangle]$$

dabei ist ϵ eine kleine komplexe Zahl.

Experimentell fand man:

$$|\epsilon| = 2.2 \times 10^{-3}$$

Die Frage ob es direkte CP-Verletzung gibt, d.h. die Zerfälle

$$K_1^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0, \quad \pi^0 \pi^0 \pi^0$$

$$K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-, \quad \pi^0 \pi^0$$

gehört bis heute zu den am meisten umstrittenen Fragen in der Teilchenphysik.

Weitere CP-Verletzende Zerfälle wurden im K -System im folgenden beobachtet:

$$\begin{aligned}\delta &= \frac{\Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu_e) - \Gamma(\bar{K}_L^0 \rightarrow \pi^+ e^- \bar{\nu}_e)}{\Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu_e) + \Gamma(\bar{K}_L^0 \rightarrow \pi^+ e^- \bar{\nu}_e)} \\ &= (0.327 \pm 0.012)\%\end{aligned}$$

Betrachten wir einen K_L^0 -Zerfall in Ruhe:

$$K_L^0(\vec{p} = 0) \rightarrow \pi^-(\vec{p}_1) + e^+(\vec{p}_2) + \nu_e(\vec{p}_3)$$

mit $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = 0$. Eine CP-Transformation führt auf:

$$\bar{K}_L^0(\vec{p} = 0) \rightarrow \pi^+(-\vec{p}_1) + e^-(-\vec{p}_2) + \bar{\nu}_e(-\vec{p}_3)$$

d.h. bei CP-Invarianz muß gelten:

$$\Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu_e) = \Gamma(\bar{K}_L^0 \rightarrow \pi^+ e^- \bar{\nu}_e) \Leftrightarrow \delta = 0$$

Die beobachtete CP-Verletzung im K -System ist wichtig für unser Verständnis von der Entstehung des Universums.

Ohne CP-Verletzung gibt es eine fundamentale Symmetrie zwischen Materie und Anti-Materie. Diese hätte bewirkt, daß sich sämtliche Materie und Anti-Materie die nach dem Urknall entstanden ist, gegenseitig wieder zu Photonen vernichtet haben müßte.

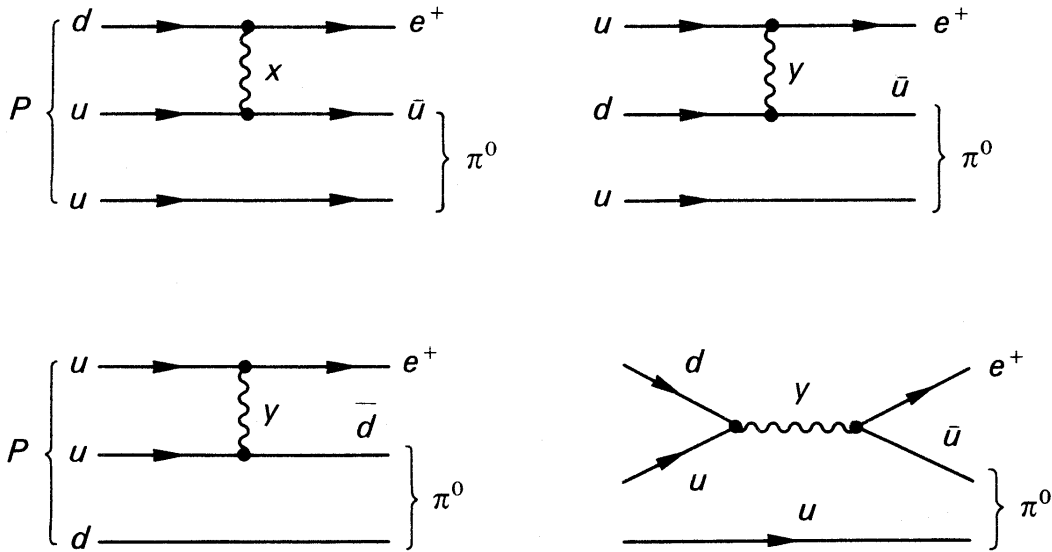
Unsere Existenz ist der beste Beweis dafür, daß diese Theorie unvollständig ist.

Experimentell findet man:

$$\frac{n_{Baryonen}}{n_{Photonen}} = 10^{-9 \pm 1}$$

Dies läßt sich erklären, wenn man annimmt:

1. Protonen sind nicht stabil



d.h. es muß zwei weitere Eichbosonen X und Y geben mit den elektrischen Ladungen $\frac{4}{3}$ und $\frac{1}{3}$. Experimentell weiß man, das

$$\tau(\text{Proton}) > 10^{31} \text{ Jahre}$$

daraus kann man die Massen abschätzen:

$$M_X \approx 10^{14} \text{ GeV}$$

2. CP-Verletzung in X- und Y-Zerfällen

$$BR(p \rightarrow e^+ \pi^0) \neq BR(\bar{p} \rightarrow e^- \pi^0)$$

Bis heute wurde CP-Verletzung nur im K -System experimentell nachgewiesen.

$K^0 \bar{K}^0$ -Oszillationen

Vernachlässigen wir im Moment die CP-Verletzung, dann gilt:

$$K_S^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}[|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle], \quad K_L^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}[|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle]$$

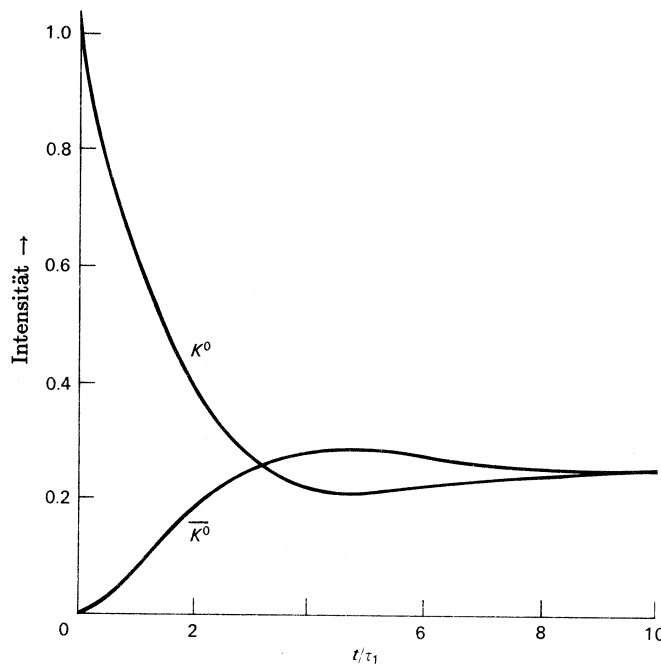
äquivalent gilt:

$$K^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}[|K_S^0\rangle + |K_L^0\rangle], \quad \bar{K}^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}[|K_S^0\rangle - |K_L^0\rangle]$$

Experimentell beobachtet man:

$$\pi^-(\bar{u}d) + p(uud) \rightarrow K^0(\bar{s}d) + \Lambda^0(sdu)$$

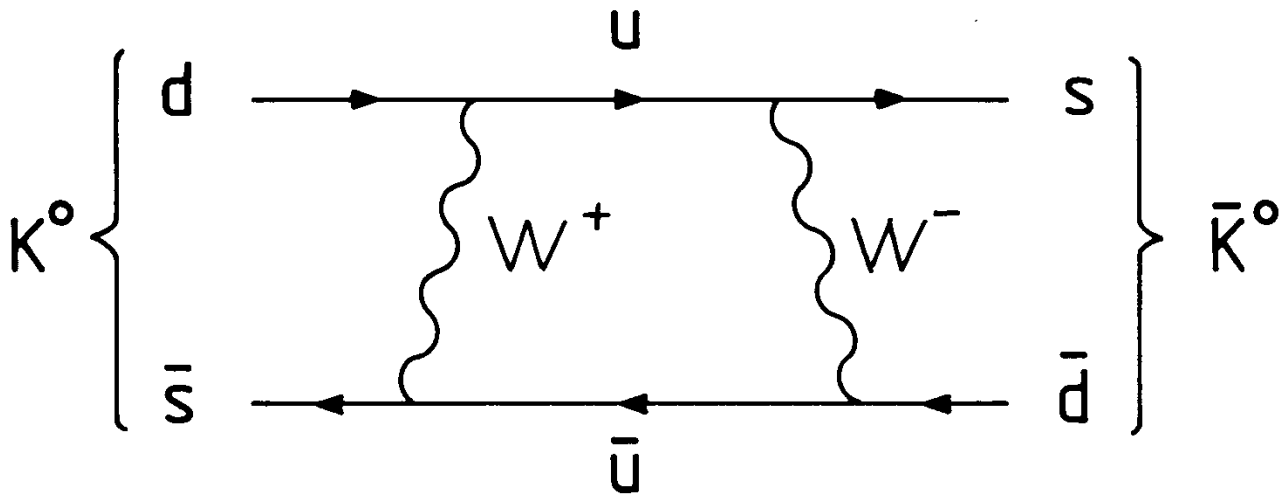
$$S = \quad 0 \qquad \qquad 0 \qquad \qquad 1 \qquad \qquad -1$$



d.h.

$$K^0(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}[a_S(t)|K_S^0\rangle + a_L(t)|K_L^0\rangle]$$

Im Quark-Bild läßt sich dies durch Prozesse 2. Ordnung der schwachen Wechselwirkung verstehen:



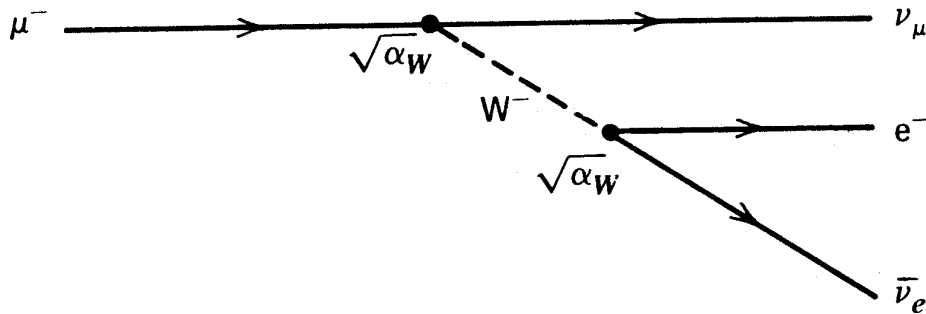
Um zu verstehen, wie sich CP-Verletzung im Standardmodell erklären läßt, müssen wir uns mit der CKM-Matrix beschäftigen.

Wir kennen 3 Generationen von Quarks und Leptonen:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}$$

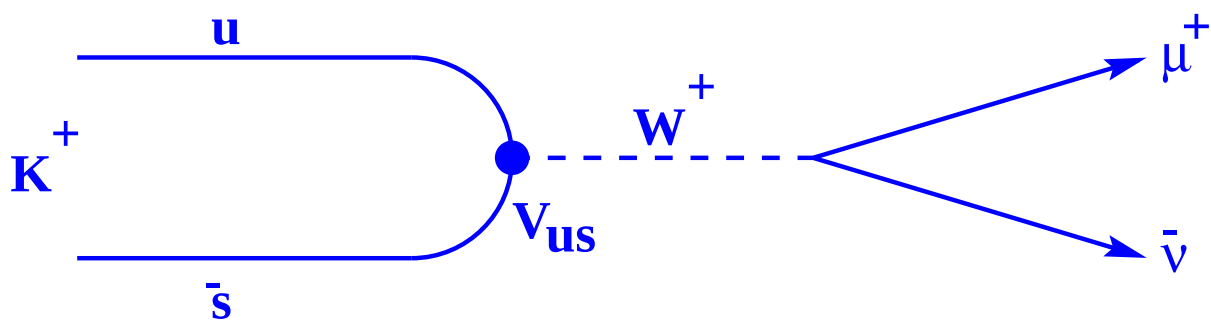
$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$$

• $\mu^- \rightarrow \nu_\mu e^- \bar{\nu}_e$



Bei den Quarks hat man schon um 1960 Übergänge zwischen den Generationen beobachtet:

• $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$

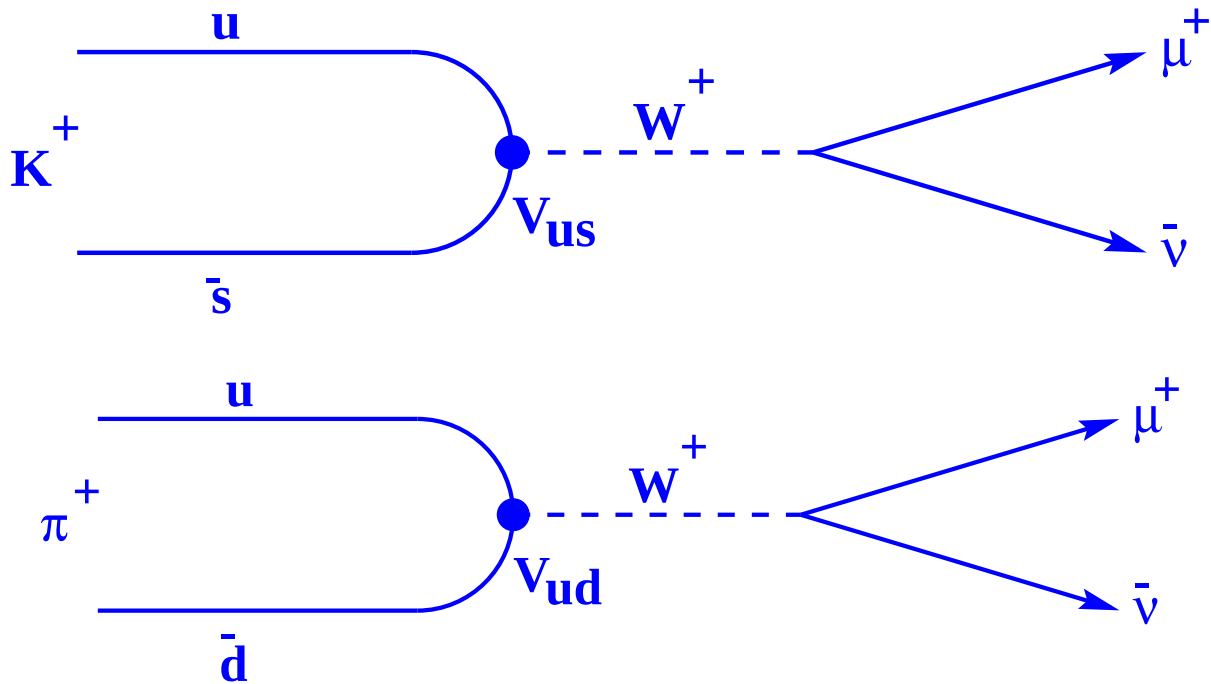


1963 hat Cabibbo eine Theorie entwickelt um diese Zerfälle zu beschreiben:

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix} \dots$$

$$d' = d \cos \Theta_C + s \sin \Theta_c$$

$$s' = -d \sin \Theta_C + s \cos \Theta_c$$

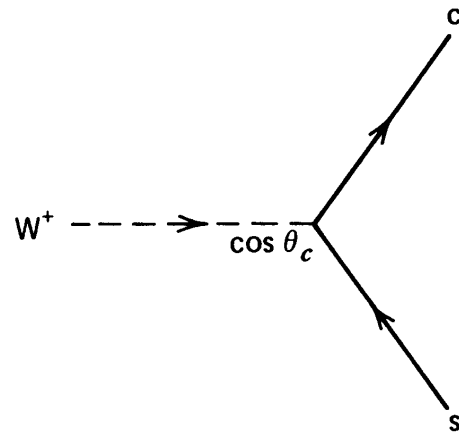
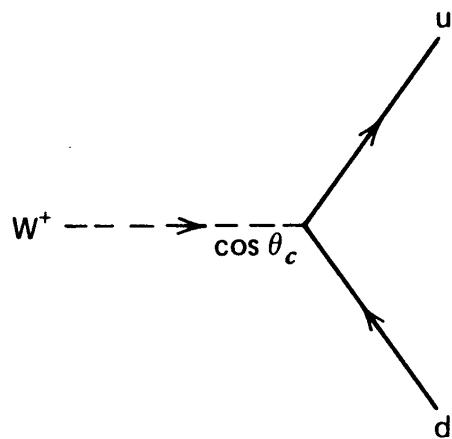


$$\frac{\Gamma(K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu)}{\Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu)} \approx \frac{\sin^2 \Theta_C}{\cos^2 \Theta_C} \approx \sin^2 \Theta_C$$

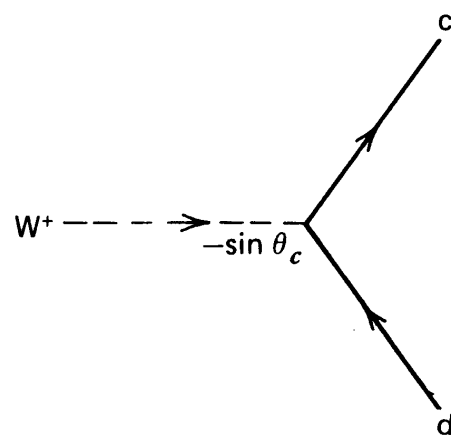
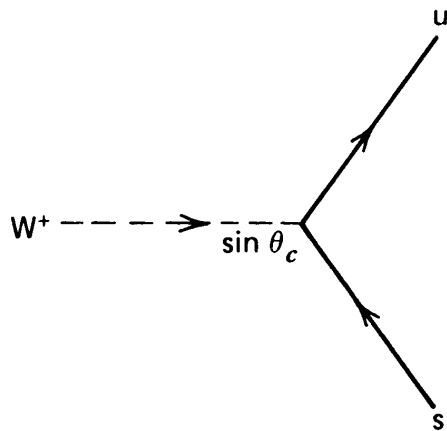
Man fand das $\Delta S = 1$ Zerfälle gegenüber $\Delta S = 0$ Zerfällen um einen Faktor von ca. 20 unterdrückt waren.

$$\Rightarrow \Theta_C \approx 13^\circ$$

Man spricht daher noch heute von “Cabibbo erlaubten”



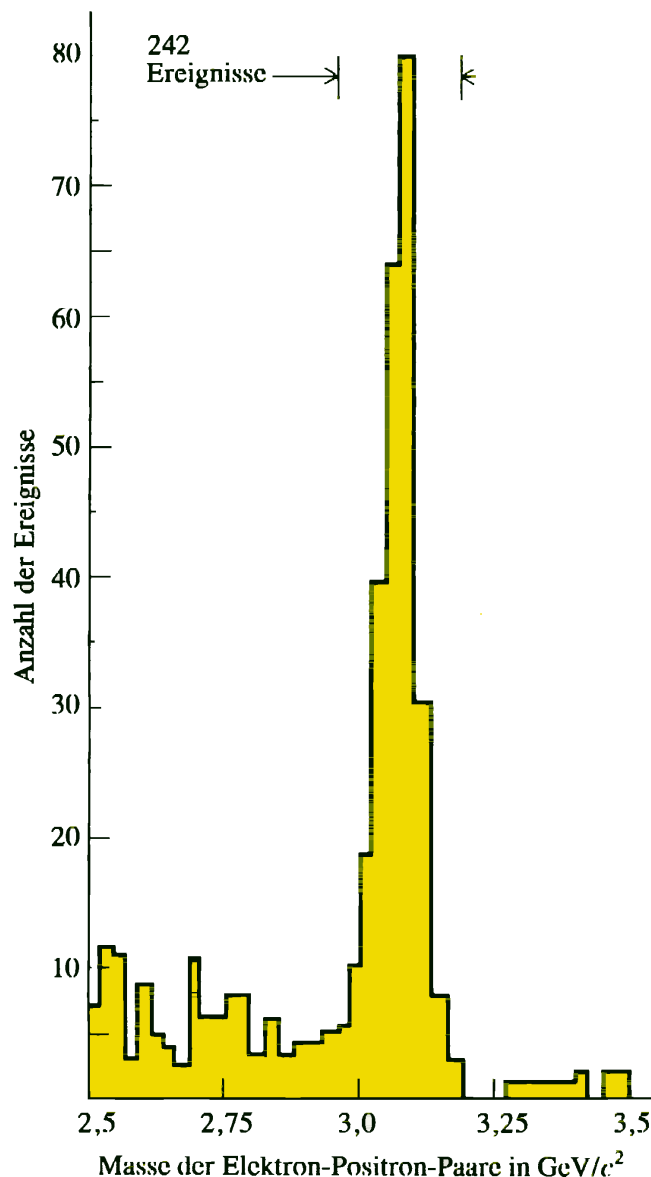
und “Cabibbo verbotenen” Zerfällen.



Außerdem sagte Cabbibo auf Grund seiner Arbeiten bereits die Existenz eines 4. Quarks voraus, des c -Quarks, welches damals noch nicht bekannt war.

Das c -Quark wurde erst 1974 am SPEAR Speicherring in Stanford von Burton Richter entdeckt.

- $J/\Psi(c\bar{c}) \rightarrow e^+e^-$



Cabbibo's Theorie wurde von Kobayashi und Maskawa für 3 Generationen von Quarks 1973 verallgemeinert:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \Theta_C & \sin \Theta_c \\ -\sin \Theta_C & \cos \Theta_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} \\ V_{cd} & V_{cs} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$$

Die unitäre Matrix wird durch 3 Winkel und eine komplexe Phase parametrisiert:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -s_{23}c_{12} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}$$

dabei ist

$$c_{ij} = \cos \Theta_{ij}$$

und

$$s_{ij} = \sin \Theta_{ij}$$

mit

$$0 \leq \Theta_{ij} \leq \pi/2$$

und der komplexen Phase

$$0 \leq \delta \leq 2\pi$$

Der Cabibbo-Winkel ist:

$$\Theta_{12} = \Theta_C$$

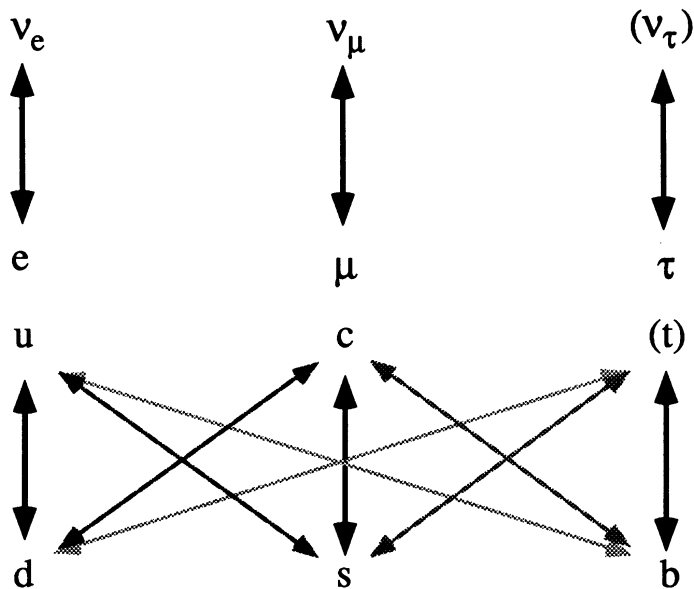
Für praktische Anwendungen wird heute meistens die Wolfenstein-Parametrisierung der CKM-Matrix verwendet:

$$s_{12} \equiv \lambda \quad s_{23} \equiv A\lambda^2 \quad s_{13}e^{-i\delta} \equiv A\lambda^3(\rho - i\eta)$$

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4)$$

$$\lambda = \sin \theta_C \approx \sin(13^\circ) \approx 0.2217$$

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$



$$\begin{aligned}
 V_{CKM} &= \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

V_{CKM} muß eine unitäre Matrix sein, d.h.

$$V_{CKM}^* V_{CKM} = V_{CKM}^{-1} V_{CKM} = 1$$

also z.B.

$$|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 1$$

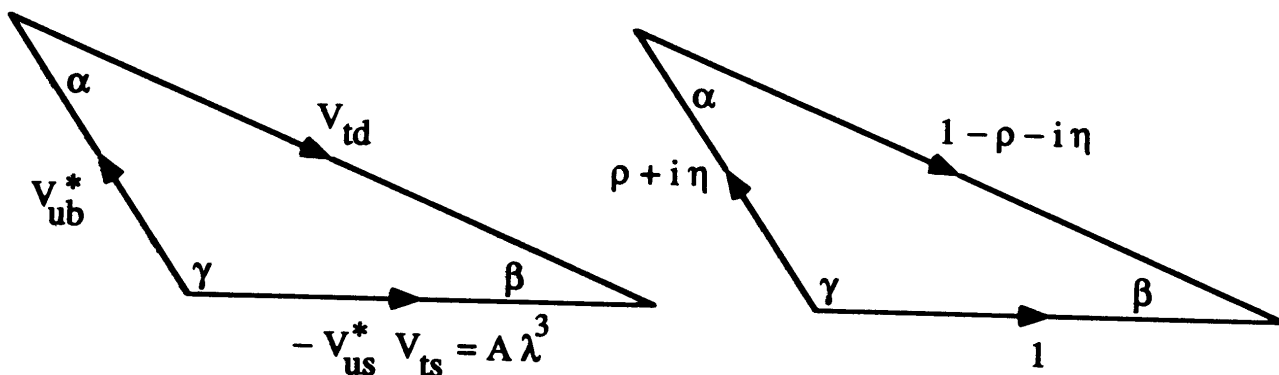
oder

$$V_{ud}^* V_{td} + V_{us}^* V_{ts} + V_{ub}^* V_{tb} = 0$$

Da $V_{ud}^* \approx 1$, $V_{us}^* \approx \lambda$, $V_{ts} \approx -A\lambda^2$ und $V_{tb} \approx 1$ gilt:

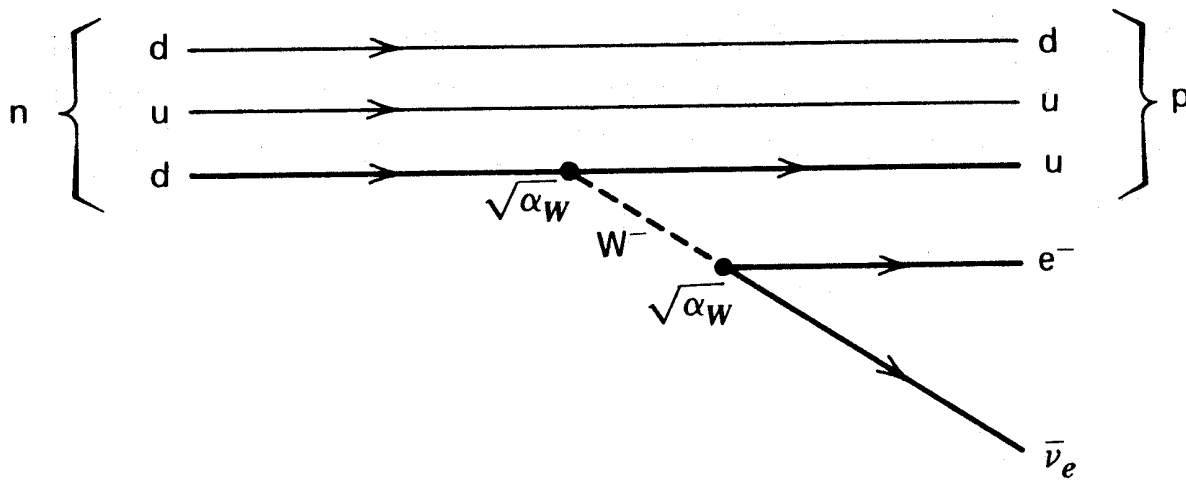
$$V_{td} + V_{ub}^* = A\lambda^3$$

Diese Beziehung kann als Unitaritäts-Dreieck visualisiert werden:



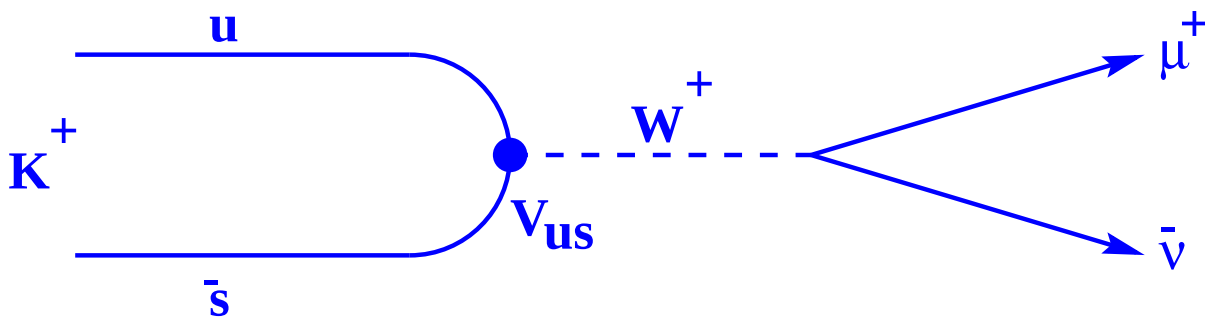
Was wissen wir heute über das Unitaritäts-Dreieck ?

1. β -Zerfall $n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$



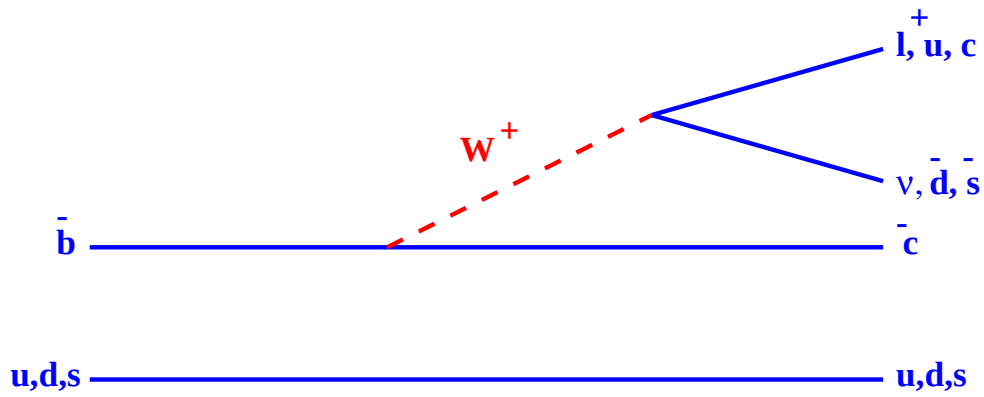
$$|V_{ud}| = 0.9736 \pm 0.0010$$

2. $K^\pm$ -Zerfälle



$$|V_{us}| = 0.2196 \pm 0.0023$$

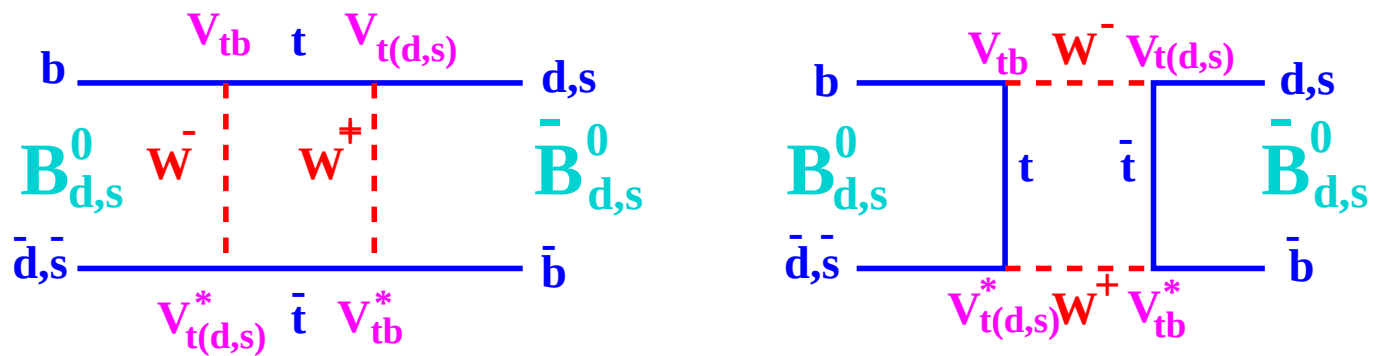
3. B -Meson-Zerfälle



$$|V_{cb}| = 0.0395 \pm 0.0017$$

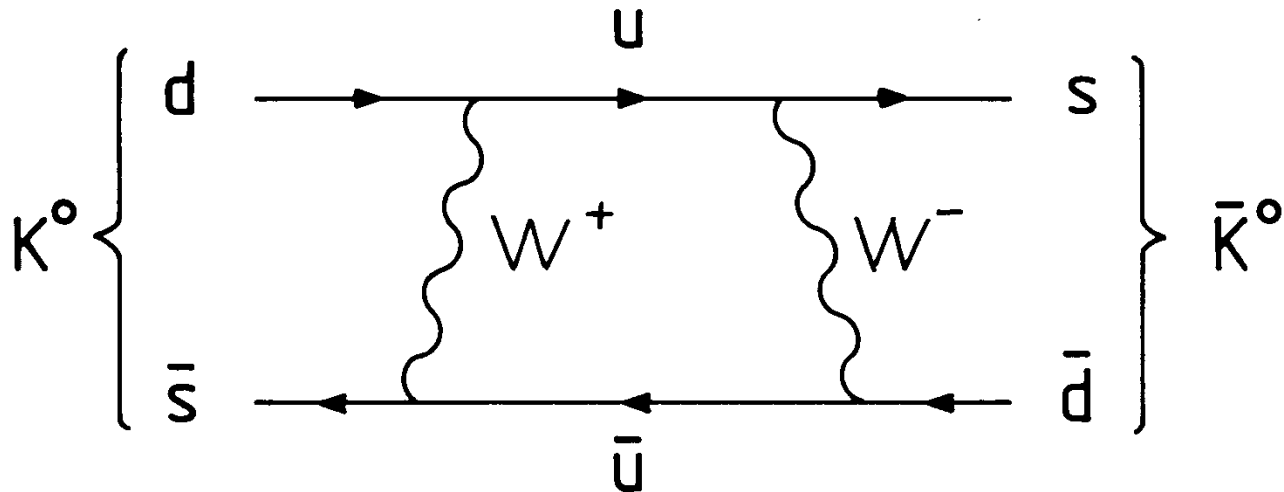
$$|V_{ub}/V_{cb}| = 0.08 \pm 0.02$$

4. B^0 -Meson-Oszillationen

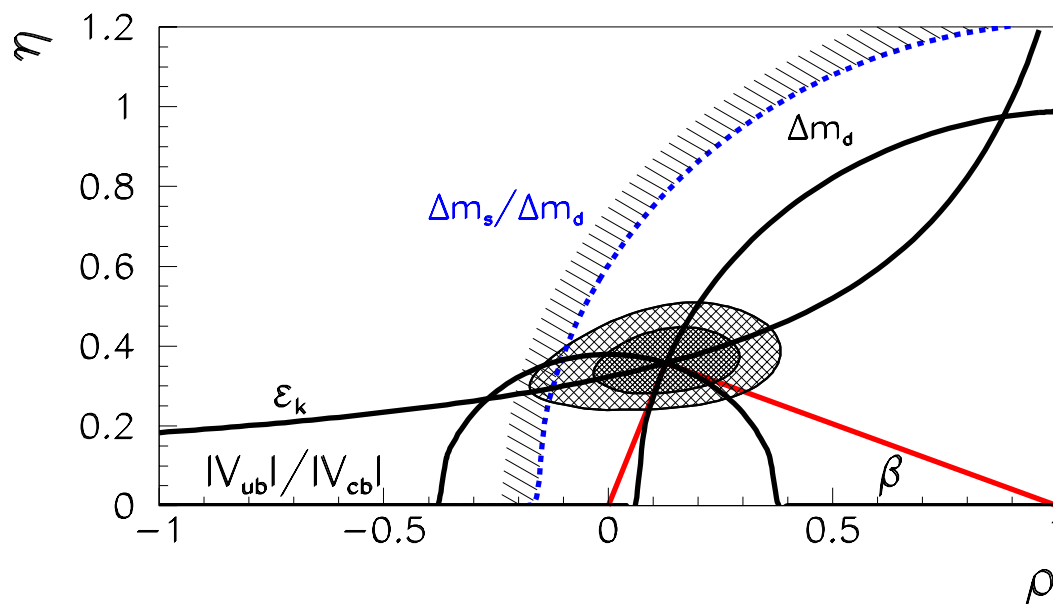


$$\Rightarrow |V_{td}|, |V_{ts}|$$

5. CP-Verletzung im K -System



$\Rightarrow \rho$ und η



$$\lambda = 0.2217 \pm 0.0017 \quad A = 0.805 \pm 0.033$$

$$\eta = 0.35^{+0.06}_{-0.05} \quad \rho = 0.13^{+0.12}_{-0.10}$$

$$|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 0.9986 \pm 0.0021$$

Eine komplexe CKM-Matrix kann die Erklärung für die beobachtete CP-Verletzung im K -System sein.

Betrachten wir den Quark-Prozeß: $ab \rightarrow cd$. Er ist proportional zu den CKM-Matrix Elementen V_{ca} und V_{db} :

$$A \propto V_{ca} V_{db}^*$$

Der Zerfall ist CP-invariant wenn gilt:

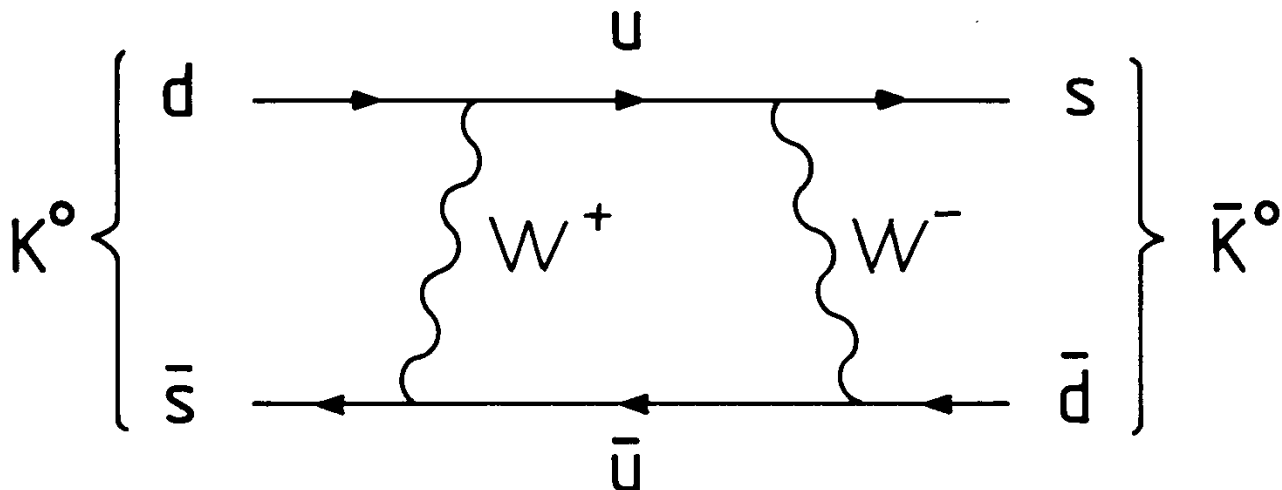
$$A_{CP} = A^\dagger$$

dies ist im allgemeinen nur der Fall wenn gilt:

$$V_{ca} = V_{ca}^* \quad \text{und} \quad V_{db} = V_{db}^*$$

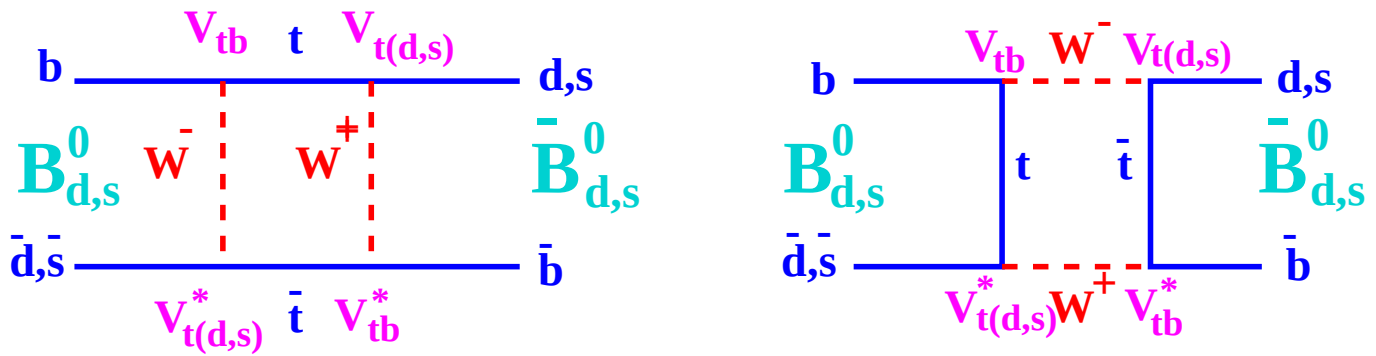
d.h. wenn V_{CKM} reell ist.

Leider ist der einzig bekannte Fall von CP-Verletzung im K -System als Test ungeeignet, da $M(K) \approx 0.5 \text{ GeV}$.



Die QCD-Korrekturen lassen sich nicht genau berechnen.

Anders ist dies im B -System, da $M(B) \approx 5 \text{ GeV}$:



Wir erwarten bis zum Jahre 2000 erste Messungen von CP-Verletzung im B -System. Diese Messungen werden die Winkel des Unitaritäts-Dreiecks festlegen.

